Troisième partie - Analyse d'éléments d'enseignement de la proportionnalité *(14 points)*

Les différentes questions visent l'analyse de plusieurs énoncés de problèmes et d'une proposition de mise en œuvre en classe.

Partie A - Analyse d'un premier énoncé de problème et de productions d'élèves

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de cycle 3 pour aborder la notion de proportionnalité.

> Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 mètres de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 mètres de ce papier.
> a- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 mètres de papier ?
> b- Quelle longueur de papier lui faut-il pour emballer 50 livres ?
> c- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 mètres de papier ?

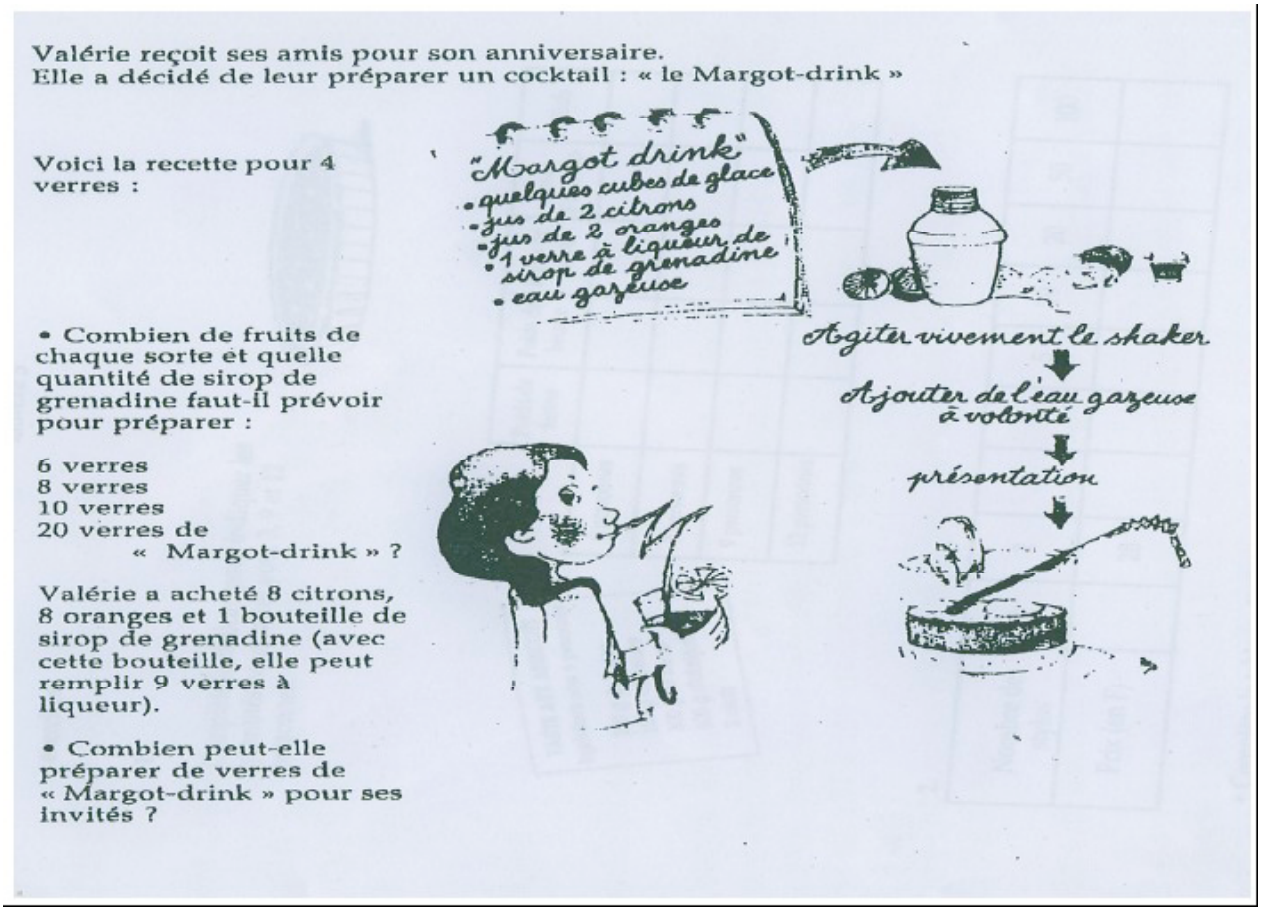
1) Cette situation semble être une situation de proportionnalité. L'énoncé comporte une part d'implicite (non-dit) qu'il serait bon de préciser pour lever toute ambiguïté lors de la résolution de ce problème. Comment peut-on compléter cet énoncé pour lever cette ambiguïté ?

2) D'un point de vue mathématique, cette situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire ou par sa réciproque.
   a) Donner une expression de chacune de ces deux fonctions.
   b) Donner la réponse attendue aux questions a, b et c du problème en utilisant l'une ou l'autre de ces fonctions.

3) Le problème a été proposé à trois élèves, Laurène, Farida et Yann dont les productions sont données en annexe 4.
   a) Expliciter les procédures utilisées par Laurène pour répondre aux questions en vous référant aux propriétés mathématiques sous-jacentes à ces procédures.
   b) Donner une explication plausible aux erreurs commises par Farida pour répondre aux questions a et c.
   c) Comment interpréter la réponse de Yann à la question b ?

Partie B - Analyse d'une séance d'enseignement se référant à deux énoncés de problèmes

Pour introduire la notion de proportionnalité en classe de CM1, un enseignant décide d'utiliser le document suivant :



Il décide de préparer sa séance en se référant au canevas présenté ci-dessous.

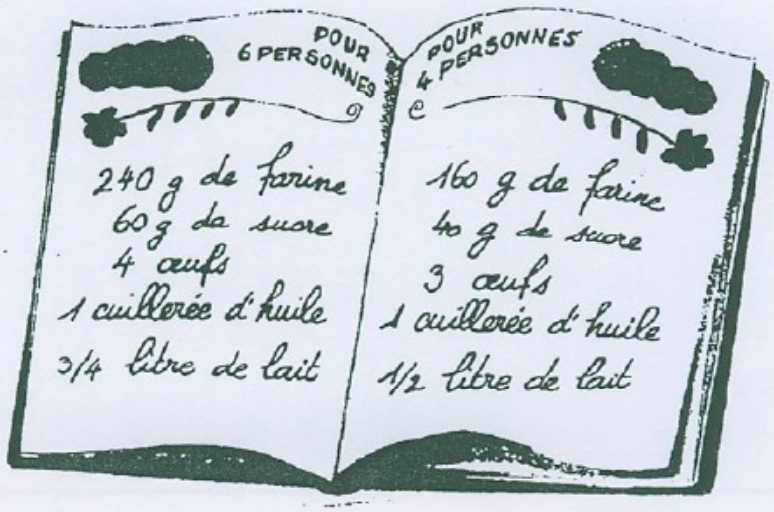
Étape 1 : Seule la recette est affichée au tableau. Ensuite la première question portant sur le nombre de fruits et la quantité de sirop est écrite au tableau. Les élèves sont invités à rechercher les informations utiles pour répondre à cette question.
Étape 2 : Les élèves sont répartis en groupes hétérogènes. Ils cherchent une réponse à la question et rédigent une affiche pour présenter leur travail.
Étape 3 : Le maître procède à la mise en commun à partir des affiches rédigées dans chaque groupe. Des explications orales peuvent être demandées aux producteurs des affiches et des arguments portant sur la validité ou la non validité de la réponse sont échangés entre élèves.
Étape 4 : Une synthèse collective permet à l'enseignant de mettre en évidence les éléments pertinents et les erreurs contenus dans les affiches.
a- Il met en place un modèle de présentation qui permet d'écrire les données, les résultats calculés et de schématiser la méthode utilisée.
b- Il organise la correction de la première question en séparant le calcul des ingrédients pour 8 verres et 20 verres de celui pour 6 verres et 10 verres. Il fait intervenir comme intermédiaire le calcul pour 2 verres indiqués par une affiche. Il fait apparaître ainsi les propriétés qu'il veut mettre en place.
Étape 5 : Les élèves prennent connaissance de la deuxième question portant sur le nombre de verres et essaient d'y répondre individuellement. Le maître conduit une correction collective à partir des différentes propositions.
Étape 6 : Les élèves doivent ensuite résoudre trois exercices du même style.
Étape 7 : L'exercice suivant est proposé en fin de séance :

Voici 2 recettes de crêpes

a/ Compare les 2 recettes.

b/ La maîtresse désire faire des crêpes pour les 30 élèves de la classe.

Quelles quantités doit-elle prévoir ?



1) Caractériser chacune des étapes de cette séance en précisant leur intérêt spécifique.

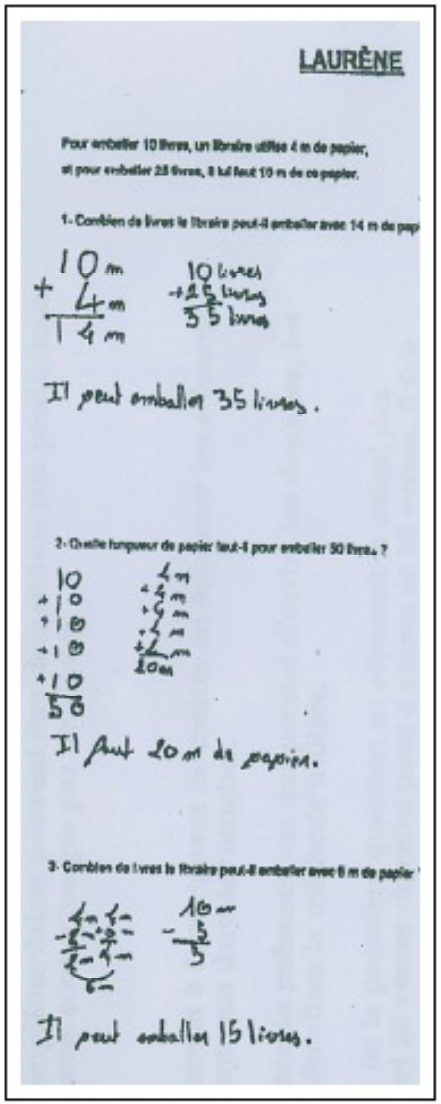
2) Concernant l'étape 1, recenser les informations utiles que le maître doit mettre en relief.

3) Proposer un modèle que l'enseignant peut mettre en place dans la partie a) de l'étape 4. Comment schématiser la méthode utilisée ?

4) À l'étape 7, le maître propose un nouvel exercice.
   a) En quoi cet exercice est-il différent de celui proposé dans l'étape 1 ?
   b) Décrire une procédure correcte qu'un élève de CM1 est susceptible de mettre en œuvre pour répondre à la question a) de cet exercice.

Annexe 4

Productions des élèves : Laurène, Farida et Yann



LAURÈNE

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier,
et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier.

1- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de pap

10 m + 4 m = 14 m

10 livres + 25 livres = 35 livres

Il peut emballer 35 livres.

2- Quelle longueur de papier faut-il pour emballer 50 livres ?

10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50

4 m + 4 m + 4 m + 4 m + 4 m = 20 m

Il faut 20 m de papier.

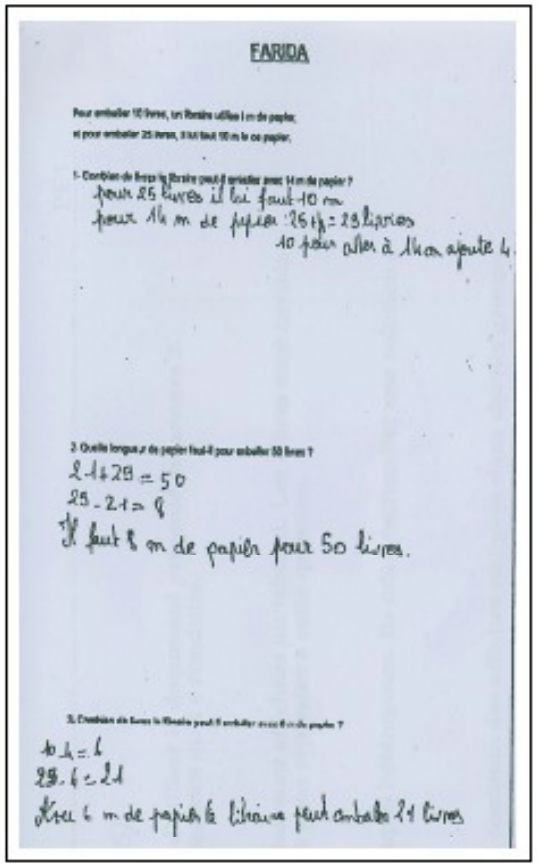
3- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?

4 m + 2 m = 6 m

10 m = 5

5

Il peut emballer 15 livres.



FARIDA

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier,
et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier.

1- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de papier ?

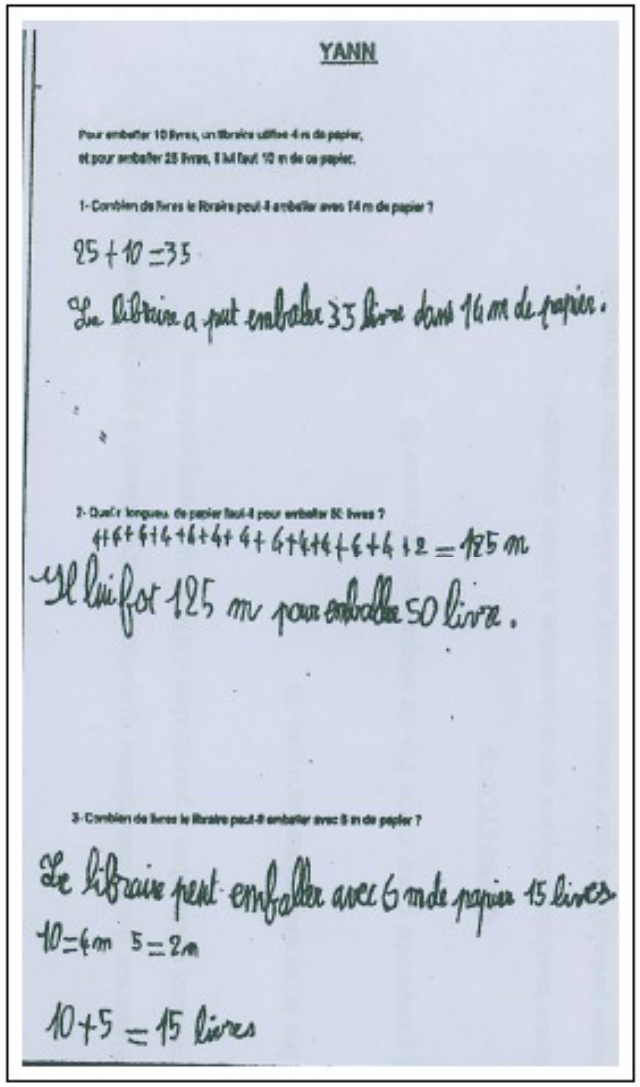
pour 25 livres il lui faut 10 m
pour 14 m de papier : 25 + 4 = 29 livres
10 pour aller à 14 on ajoute 4

2- Quelle longueur de papier faut-il pour emballer 50 livres ?

2 + 4 + 29 = 50
25 - 2 + 4 = 8
Il faut 8 m de papier pour 50 livres.

3- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?

10 + 4 = 6
29 - 6 = 21
Avec 6 m de papier le libraire peut emballer 21 livres



YANN

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier,
et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier.

1- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de papier ?

25 + 10 = 35

Le libraire a pu emballer 35 livre dans 14 m de papier.

2- Quelle longueur de papier faut-il pour emballer 50 livres ?

4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4 = 125 m

Il lui faut 125 m pour emballer 50 livre.

3- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?

Le libraire peut emballer avec 6 m de papier 15 livres.

10 = 4 m 5 = 2 m

10 + 5 = 15 livres